

# MATHEMATIQUES SPECIALES ATS – LYCEE BAGGIO

## CONTENU DU COURS DE MATHEMATIQUES

Le cours de mathématiques est destiné à fournir les bases des mathématiques de l'ingénieur. Il est donc essentiellement orienté vers les applications :

- a) La première partie de l'année fournit les outils mathématiques qui seront utilisés en Physique, Génie Electrique et Génie Mécanique dès l'année d'ATS. Tous ces outils sont repris depuis le début et développés progressivement, avec de nombreuses séances d'exercices (6h d'exercices hebdomadaires). Il s'agit essentiellement des bases du calcul différentiel et intégral et de géométrie analytique.
- b) La deuxième partie de l'année (à partir du chapitre 30) introduit aux outils mathématiques utiles dans les écoles d'ingénieurs : suites et calcul numérique, calcul matriciel, séries.

### **Chapitre 1 : Trigonométrie.**

Cercle trigonométrique. Formules d'addition et de duplication. Transformations de sommes en produits et de produits en sommes. Fonctions sinusoidales.

### **Chapitre 2 : Nombres complexes.**

Formes algébrique, trigonométrique et exponentielle des nombres complexes. Formules d'Euler. Sommes de fonctions trigonométriques et exponentielles complexes.

### **Chapitre 3 : Déterminants et systèmes d'équations linéaires.**

Définition et propriétés des déterminants. Résolution des systèmes d'équations linéaires par les formules de Cramer.

### **Chapitre 4 : Produit scalaire.**

Produit scalaire. Applications géométriques. Bases orthonormales du plan et de l'espace.

### **Chapitre 5 : Produit vectoriel et produit mixte.**

Produit vectoriel et produit mixte. Applications géométriques. Bases orthonormales directes du plan et de l'espace.

### **Chapitre 6 : Introduction au calcul différentiel.**

Définition et propriétés de la dérivée d'une fonction. Notion d'accroissement infinitésimal, notation de Leibniz. Dérivées des fonctions composées. Notions de cinématique : mouvements rectilignes uniforme et uniformément accéléré, mouvement circulaire.

### **Chapitre 7 : Compléments de calcul différentiel.**

Fonctions puissances, exposants rationnels. Dérivées des fonctions puissances. Dérivées partielles d'une fonction de plusieurs variables.

### **Chapitre 8 : Fonctions exponentielles et logarithmes.**

Fonction exponentielle de base  $a > 1$ . Cas particuliers où  $a = e$  et  $a = 10$ . Fonctions logarithmes ; cas particuliers du logarithme népérien et du logarithme décimal.

### **Chapitre 9 : Fonctions usuelles.**

Fonctions trigonométriques réciproques. Fonctions hyperboliques.

### **Chapitre 10 : Primitives.**

Primitives d'une fonction sur un intervalle. Techniques élémentaires de calcul. Intégration par parties. Changement de variable.

### **Chapitre 11 : Intégrales.**

Définition et interprétation géométrique. Propriétés élémentaires. Intégration par parties et changement de variable. Applications du calcul intégral au calcul de surfaces et de volumes. Valeur moyenne d'une fonction sur un intervalle.

### **Chapitre 12 : Equations différentielles du premier ordre.**

Equations différentielles linéaires du premier ordre à coefficients constants, avec et sans second membre. Equations à variables séparables. Méthode de variation de la constante.

### **Chapitre 13 : Equations différentielles linéaires du second ordre.**

Rappels sur l'équation du second degré à coefficients réels : racines réelles, racines complexes, racine double. Equations différentielles linéaires du second ordre à coefficients constants sans second membre. Cas d'un second membre se présentant sous la forme d'une constante ou d'une fonction sinusoïdale.

### **Chapitre 14 : Formes différentielles.**

Différentielle d'une fonction de plusieurs variables, vecteur gradient. Champs de vecteurs. Circulation d'un champ de vecteurs. Différentielle exacte et potentiel scalaire.

### **Chapitre 15 : Développements limités.**

Formule de Taylor-Young. Développements limités et approximation. Développements limités usuels. Opérations sur les développements limités.

### **Chapitre 16 : Intégrales doubles.**

Définition. Calcul en coordonnées cartésiennes et en coordonnées polaires.

### **Chapitre 17 : Intégrales triples.**

Définition. Calcul en coordonnées cartésiennes, cylindriques et sphériques.

### **Chapitre 18 : Analyse vectorielle.**

Intégrales de surface et flux. Formules de Stokes et d'Ostrogradski.

### **Chapitre 19 : Représentations graphiques.**

Plan général d'étude d'une fonction. Tangentes. Branches infinies. Points d'inflexion.

### **Chapitre 20 : Courbes paramétrées.**

Plan général d'étude d'une courbe paramétrée. Points singuliers. Etude des branches infinies.

### **Chapitre 21 : Courbes définies en coordonnées polaires.**

Plan général d'étude d'une courbe en coordonnées polaires. Etude des branches infinies.

### **Chapitre 22 : Coniques.**

Ellipse et hyperbole en coordonnées cartésiennes et polaires. Parabole. Intersection d'un cône et d'un plan.

### **Chapitre 23 : Transformations du plan complexe.**

Notion de transformation du plan. Expression analytique. Translations, rotations et homothéties. Inversion complexe. Décomposition des transformations homographiques.

### **Chapitre 24 : Calcul barycentrique.**

Barycentre d'un système de points pondérés. Centre d'inertie d'un solide.

### **Chapitre 25 : Fractions rationnelles.**

Décomposition en éléments simples d'une fraction rationnelle. Primitives des fractions rationnelles.

### **Chapitre 26 : Intégrales généralisées.**

Définition. Intégrales de référence de Riemann. Critère de majoration.

### **Chapitre 27 : Equivalents.**

Définition et propriétés des fonctions équivalentes. Equivalents et développements limités. Critère des équivalents pour les intégrales généralisées.

### **Chapitre 28 : Transformation de Laplace.**

Définition et propriétés de la transformation de Laplace. Application à la résolution des équations différentielles linéaires et des systèmes différentiels.

### **Chapitre 29 : Séries de Fourier.**

Notion de série. Développement d'une fonction périodique en série trigonométrique (série de Fourier). Formule de Bessel-Parseval.

### **Chapitre 30 : La récurrence.**

Phénomènes continus et phénomènes discrets, fonctions et suites. Etude d'une suite récurrente grâce à un graphique. Exemple de calcul d'intégrales par récurrence (intégrales de Wallis). Le raisonnement par récurrence.

### **Chapitre 31 : Coefficients binomiaux.**

Coefficients binomiaux et formule du binôme de Newton. Formule de Leibniz. Notions de dénombrement.

### **Chapitre 32 : Suites classiques.**

Suites arithmétiques et géométriques. Suites définies par une relation de récurrence du premier ou du second ordre. Analogie avec les équations différentielles.

### **Chapitre 33 : Convergence d'une suite.**

Théorème des suites monotones. Suites adjacentes. Suites d'intégrales. Application au calcul numérique.

### **Chapitre 34 : Equations à coefficients complexes.**

Equation du 2<sup>nd</sup> degré à coefficients complexes. Racines  $n$ -ièmes d'un nombre complexe.

### **Chapitre 35 : Polynômes.**

Racines d'un polynôme à coefficients réels ou complexes. Ordre de multiplicité d'une racine. Théorème de d'Alembert. Somme et produit des racines.

### **Chapitre 36 : Introduction au calcul matriciel.**

Opérations sur les matrices rectangulaires et carrées. Interprétation matricielle des systèmes d'équations linéaires. Déterminant et inverse d'une matrice carrée.

### **Chapitre 37 : Compléments de calcul matriciel.**

Polynôme annulateur, application au calcul de l'inverse et de la puissance  $n$ -ième d'une matrice carrée. Identités remarquables. Matrices triangulaires et diagonales.

### **Chapitre 38 : Introduction aux espaces vectoriels.**

Définition d'un espace vectoriel. Exemples fondamentaux. Bases. Changement de base. Systèmes libres et systèmes générateurs.

### **Chapitre 39 : Endomorphismes et matrices.**

Endomorphismes d'un espace vectoriel, matrice associée dans une base. Effet d'un changement de base. Exemples de factorisations de matrices.

### **Chapitre 40 : Sous-espaces vectoriels.**

Exemples de sous-espaces vectoriels : droite vectorielle, plan vectoriel... Intersection de deux sous-espaces vectoriels. Noyau d'un endomorphisme.

### **Chapitre 41 : Diagonalisation.**

Valeur propre et vecteur propre. Diagonalisation pratique d'une matrice carrée.

### **Chapitre 42 : Applications de la diagonalisation.**

Systèmes différentiels. Calcul de la puissance  $n$ -ième d'une matrice carrée. Calculs de suites définies matriciellement.

**Chapitre 43 : Espace vectoriel euclidien  $\mathbf{R}^n$ .**

Produit scalaire dans  $\mathbf{R}^n$ , bases orthonormales de  $\mathbf{R}^n$  et de ses sous-espaces. Matrices orthogonales.

**Chapitre 44 : Matrices symétriques.**

Définition. Diagonalisation des matrices symétriques.

**Chapitre 45 : Séries à termes réels ou complexes.**

Critères de convergence. Séries alternées. Exemples de calcul de sommes de séries.

**Chapitre 46 : Séries entières.**

Rayon de convergence d'une série entière. Développements en série entière usuels. Opérations sur les séries entières. Séries entières et équations différentielles.

---